

# Platonische Körper

Juni 2002

Karl-von-Frisch Gymnasium Dusslingen

Mathematik Leistungskurs 12

Hanno Rein

Done with  $\text{\LaTeX}$  and  $P^4$

# Platonische Körper

# Platonische Körper

- Platon (427 v. Chr. bis 347 v. Chr.)

# Platonische Körper

- Platon (427 v. Chr. bis 347 v. Chr.)
- Definition Platonischer Körper (Konvexer regulärer Polyeder):

# Platonische Körper

- Platon (427 v. Chr. bis 347 v. Chr.)
- Definition Platonischer Körper (Konvexer regulärer Polyeder):
  - Regulär:  
Ein Polyeder heißt regulär, wenn alle seine Oberflächen aus demselben regelmäßigen Vieleck bestehen und in jeder Ecke gleich viele dieser Vielecke zusammenstoßen.

# Platonische Körper

- Platon (427 v. Chr. bis 347 v. Chr.)
- Definition Platonischer Körper (Konvexer regulärer Polyeder):
  - Regulär:

Ein Polyeder heißt regulär, wenn alle seine Oberflächen aus demselben regelmäßigen Vieleck bestehen und in jeder Ecke gleich viele dieser Vielecke zusammenstoßen.
  - Konvex:

Ein Polyeder ist konvex, wenn die Verbindungsstrecke zweier beliebiger Punkte im Inneren des Körpers liegt.

# Platonische Körper

- Platon (427 v. Chr. bis 347 v. Chr.)
- Definition Platonischer Körper (Konvexer regulärer Polyeder):
  - Regulär:

Ein Polyeder heißt regulär, wenn alle seine Oberflächen aus demselben regelmäßigen Vieleck bestehen und in jeder Ecke gleich viele dieser Vielecke zusammenstoßen.
  - Konvex:

Ein Polyeder ist konvex, wenn die Verbindungsstrecke zweier beliebiger Punkte im Inneren des Körpers liegt.  
Merke: Konvex ist der Bauch vom Rex!

# Die 5 Platonischen Körper

# Die 5 Platonischen Körper

- Tetraeder besteht aus 4 (grch. tetra) Dreiecken

## Die 5 Platonischen Körper

- Tetraeder besteht aus 4 (grch. tetra) Dreiecken
- Hexaeder besteht aus 6 (grch. hexa) Quadraten

## Die 5 Platonischen Körper

- Tetraeder besteht aus 4 (grch. tetra) Dreiecken
- Hexaeder besteht aus 6 (grch. hexa) Quadraten
- Oktaeder besteht aus 8 (grch. okta) Dreiecken

## Die 5 Platonischen Körper

- Tetraeder besteht aus 4 (grch. tetra) Dreiecken
- Hexaeder besteht aus 6 (grch. hexa) Quadraten
- Oktaeder besteht aus 8 (grch. okta) Dreiecken
- Dodekaeder besteht aus 12 (grch. dodeka) Fünfecken

## Die 5 Platonischen Körper

- Tetraeder besteht aus 4 (grch. tetra) Dreiecken
- Hexaeder besteht aus 6 (grch. hexa) Quadraten
- Oktaeder besteht aus 8 (grch. okta) Dreiecken
- Dodekaeder besteht aus 12 (grch. dodeka) Fünfecken
- Ikosaeder besteht aus 20 (grch. eikosi) Dreiecken

- Warum genau 5?

- Warum genau 5?  
n-Eck

- Warum genau 5?

n-Eck		Innenwinkel
		$\alpha = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3					
4					
5					
6					
7					

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$				
4					
5					
6					
7					

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	$180^\circ$			
4					
5					
6					
7					

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	$180^\circ$	$240^\circ$		
4					
5					
6					
7					

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	$180^\circ$	$240^\circ$	$300^\circ$	
4					
5					
6					
7					

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	$180^\circ$	$240^\circ$	$300^\circ$	$360^\circ$
4					
5					
6					
7					

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	$180^\circ$	$240^\circ$	$300^\circ$	$360^\circ$
4	$90^\circ$				
5					
6					
7					

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	$180^\circ$	$240^\circ$	$300^\circ$	$360^\circ$
4	$90^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5					
6					
7					

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	$180^\circ$	$240^\circ$	$300^\circ$	$360^\circ$
4	$90^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$				
6					
7					

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	$180^\circ$	$240^\circ$	$300^\circ$	$360^\circ$
4	$90^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	$324^\circ$	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$
6					
7					

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	$180^\circ$	$240^\circ$	$300^\circ$	$360^\circ$
4	$90^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	$324^\circ$	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$
6	$120^\circ$				
7					

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	$180^\circ$	$240^\circ$	$300^\circ$	$360^\circ$
4	$90^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	$324^\circ$	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$
6	$120^\circ$	$360^\circ$	$480^\circ$	$600^\circ$	$720^\circ$
7					

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	$180^\circ$	$240^\circ$	$300^\circ$	$360^\circ$
4	$90^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	$324^\circ$	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$
6	$120^\circ$	$360^\circ$	$480^\circ$	$600^\circ$	$720^\circ$
7	$128,57^\circ$				

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	$180^\circ$	$240^\circ$	$300^\circ$	$360^\circ$
4	$90^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	$324^\circ$	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$
6	$120^\circ$	$360^\circ$	$480^\circ$	$600^\circ$	$720^\circ$
7	$128,57^\circ$	$385,71^\circ$	$514,28^\circ$	$642,85^\circ$	$771,42^\circ$

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	Tetraeder	Oktaeder	Ikosaeder	$360^\circ$
4	$90^\circ$	Hexaeder	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	Dodekaeder	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$
6	$120^\circ$	$360^\circ$	$480^\circ$	$600^\circ$	$720^\circ$
7	$128,57^\circ$	$385,71^\circ$	$514,28^\circ$	$642,85^\circ$	$771,42^\circ$

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	Tetraeder	Oktaeder	Ikosaeder	$360^\circ$
4	$90^\circ$	Hexaeder	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	Dodekaeder	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	Tetraeder	Oktaeder	Ikosaeder	$360^\circ$
4	$90^\circ$	Hexaeder	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	Dodekaeder	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$

- Polarität / Dualität

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	Tetraeder	Oktaeder	Ikosaeder	$360^\circ$
4	$90^\circ$	Hexaeder	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	Dodekaeder	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$

- Polarität / Dualität

- Dual zueinander sind:

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	Tetraeder	Oktaeder	Ikosaeder	$360^\circ$
4	$90^\circ$	Hexaeder	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	Dodekaeder	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$

- Polarität / Dualität

- Dual zueinander sind:

- \* Ikosaeder und Dodekaeder

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	Tetraeder	Oktaeder	Ikosaeder	$360^\circ$
4	$90^\circ$	Hexaeder	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	Dodekaeder	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$

- Polarität / Dualität

- Dual zueinander sind:

- \* Ikosaeder und Dodekaeder
- \* Oktaeder und Hexaeder

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	Tetraeder	Oktaeder	Ikosaeder	$360^\circ$
4	$90^\circ$	Hexaeder	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	Dodekaeder	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$

- Polarität / Dualität

- Dual zueinander sind:

- \* Ikosaeder und Dodekaeder
- \* Oktaeder und Hexaeder
- \* Tetraeder ist selbstdual

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	Tetraeder	Oktaeder	Ikosaeder	$360^\circ$
4	$90^\circ$	Hexaeder	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	Dodekaeder	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$

- Polarität / Dualität

- Dual zueinander sind:

- \* Ikosaeder und Dodekaeder
- \* Oktaeder und Hexaeder
- \* Tetraeder ist selbstdual

- Definition:

- Warum genau 5?

n-Eck	Innenwinkel	Anzahl der Flächen an einer Ecke			
		3	4	5	6
3	$60^\circ$	Tetraeder	Oktaeder	Ikosaeder	$360^\circ$
4	$90^\circ$	Hexaeder	$360^\circ$	$450^\circ$	$540^\circ$
5	$108^\circ$	Dodekaeder	$432^\circ$	$540^\circ$	$648^\circ$

- Polarität / Dualität

- Dual zueinander sind:

- \* Ikosaeder und Dodekaeder
- \* Oktaeder und Hexaeder
- \* Tetraeder ist selbstdual

- Definition:

- \* Jede Ecke des einen Platonischen Körpers berührt eine Fläche des anderen in der Mitte.

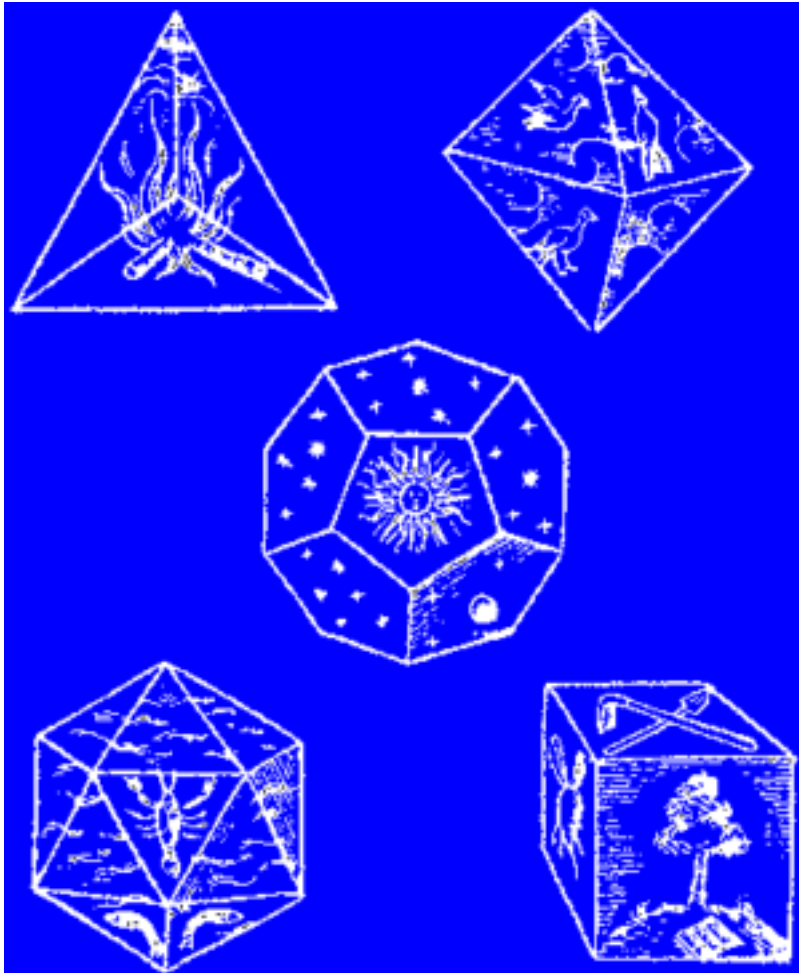
# Anwendungen

# Anwendungen

- Die fünf Elemente des Universums:

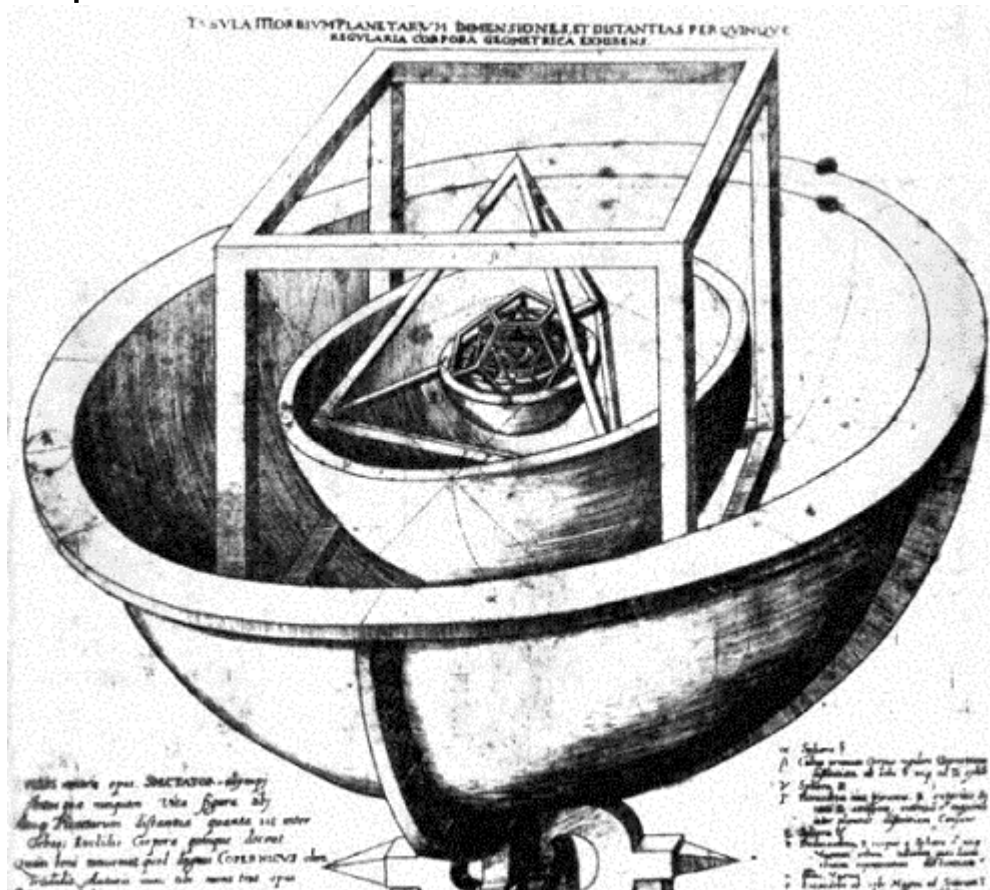
# Anwendungen

- Die fünf Elemente des Universums:



- Kepler's Planetenmodell

- Kepler's Planetenmodell



- Chemie

- Chemie
  - $sp^3$ -Hybrid-Orbital (Tetraeder)

- Chemie
  - $sp^3$ -Hybrid-Orbital (Tetraeder)
  - Magnetit (Oktaeder)

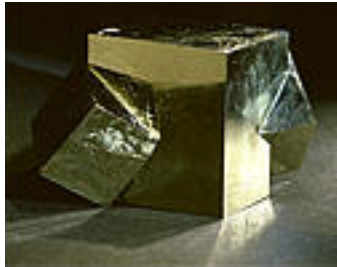


- Chemie

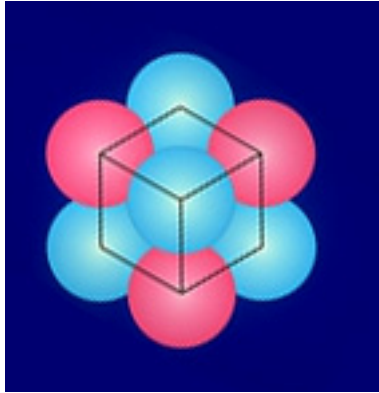
- $sp^3$ -Hybrid-Orbital (Tetraeder)
- Magnetit (Oktaeder)



- Katzungold (Hexaeder)

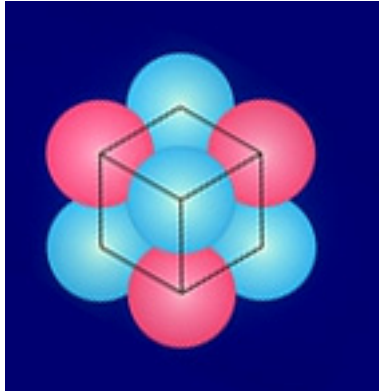


- Biologie
  - Urzellen (2 Tetraeder)

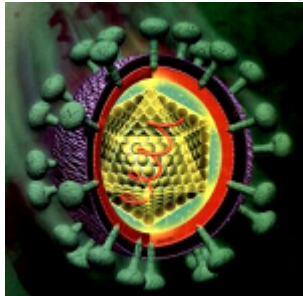


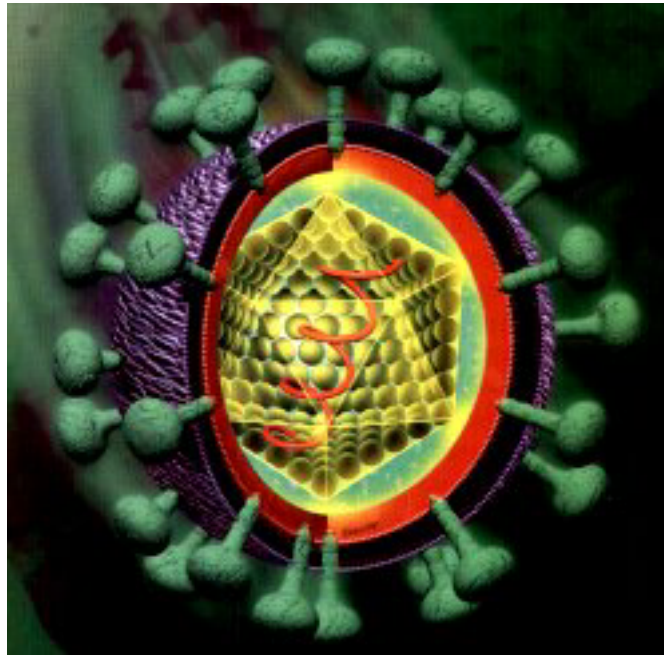
- Biologie

- Urzellen (2 Tetraeder)

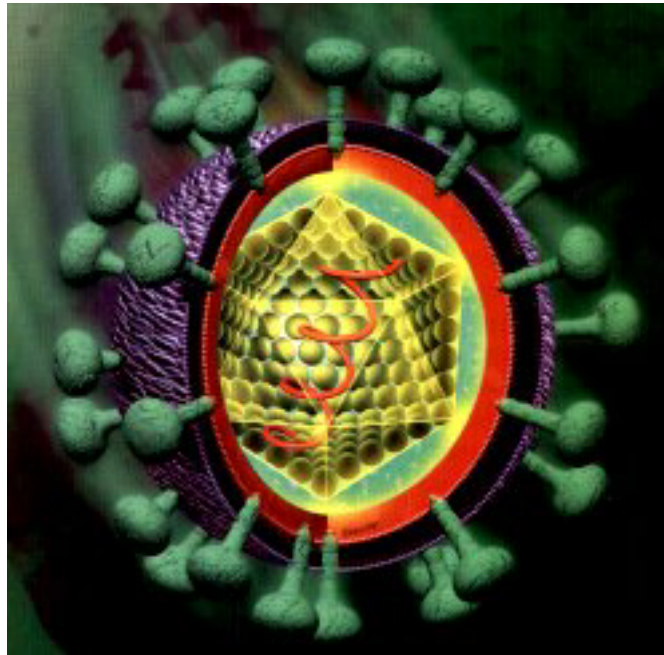


- Hepatitis C (Ikosaeder)





Platon:



Platon:

Menschen werden krank, wenn sie zuviele Ikosaeder im Körper haben.