

Praktikum II
EF: Elektronen im elektrischen und magnetischen Feld
Betreuer: Stefan Steinbrecher

Hanno Rein
praktikum2@hanno-rein.de

Florian Jessen
florian.jessen@student.uni-tuebingen.de

05. April 2004

1 Vorwort

Wie viele Experimente aus dem Anfängerpraktikum, spielt auch das Verhalten der Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern im Alltag eine große Rolle. Überall dort wo Elektronenstrahlen erzeugt werden, müssen diese beschleunigt, geführt und ggf. fokussiert werden. Hierbei verwendet man zweckmäßigerweise elektrische und magnetische Felder.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Elektronen im elektrischen Feld

Elektronen tragen eine negative Elementarladung e . Sie werden daher in jedem elektrischen Feld von den positiven Ladungen angezogen und von den negativen abgestoßen. Es gilt die Beziehung

$$\vec{F}_{el} = e \cdot \vec{E} \quad (1)$$

wobei \vec{E} die elektrische Feldstärke bezeichnet.

Ein oft zitiertes Beispiel ist die Braun'sche Röhre. In dieser werden durch Glühemission Elektronen freigesetzt, die dann in einem E-Feld durch die Spannung U_A beschleunigt werden. Die dabei erzielte Energie ergibt sich aus der Energieerhaltung. Es ist

$$W_{kin} = W_{el} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = e \cdot U_A \quad (3)$$

$$v = \sqrt{\frac{2e \cdot U_A}{m}} \quad (4)$$

Für die Ablenkung Δy in Abhängigkeit von der Position Δx folgt aus dem Newton'schen Gesetz in Verbindung mit der Energieerhaltung (3)

$$\Delta y = \frac{E}{4 \cdot U_A} \Delta x^2 \quad (5)$$

2.2 Elektronen im magnetischen Feld

Im Gegensatz zu elektrischen Feldern erfahren in magnetischen Feldern nur bewegte Ladungen eine Kraft. Es gilt das *Lorentz'sche Gesetz*

$$\vec{F}_{magn} = e \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (6)$$

Hierbei ist \vec{B} die magnetische Flussdichte. Die magnetische Feldkraft wirkt also nur senkrecht zu Bewegungsrichtung der Ladung und senkrecht zum Magnetfeld. Man beobachtet daher, dass die Elektronen im homogenen Querfeld auf eine Kreisbahn gelangen, im Längsfeld jedoch keine Ablenkung erfahren. Verwendet man Ionen anstelle der Elektronen, so werden diese in der anderen Richtung abgelenkt, da nach dem Lorentz'schen Gesetz der Kraftvektor seine Richtung umkehrt.

Der Radius der Kreisbahn lässt sich wie folgt bestimmen. Die Lorentz Kraft wirkt als Zentripetalkraft

$$ev_s B = \frac{mv_s^2}{r} \quad (7)$$

$$r = \frac{mv_s}{eB} \quad (8)$$

Die Zeit für einen Umlauf ist gegeben durch

$$T = \frac{2\pi r}{v_s} \quad (9)$$

Mit diesem Effekt lassen sich aber auch Ionenstrahlen fokussieren. Dazu bringt man sie in ein magnetisches Längsfeld. Alle Ionen, die eine Komponente senkrecht zum Feld haben, erfahren eine Lorentzkraft. Ist die parallele Komponente aller Ionen hinreichend genau gleich groß, so treffen sie sich nach der Zeit T in einem Punkt wieder. Man erkennt dies daran, dass durch Kombination von (8) mit (9) T unabhängig von der Geschwindigkeit wird. Der Unterschied besteht lediglich darin, dass die durchflogenen Schraubenbahnen verschiedene Radien haben.

2.3 Maxwell Gleichungen

$$\oint \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 I + \frac{1}{c^2} \frac{d}{dt} \int \vec{E} d\vec{A} \quad (10)$$

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{A} \quad (11)$$

$$\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q}{\mu_0} \quad (12)$$

$$\oint \vec{B} d\vec{A} = 0 \quad (13)$$

Ist das Feld zeitlich konstant, so kann man diese Formeln folgendermaßen interpretieren. Nach (10) ist das magnetische Feld ein Wirbelfeld und besitzt wegen (13) keine Quellen. Das elektrische Feld hingegen ist nach (11) ein wirbelfreies Feld, das wegen (12) ein Quellenfeld ist. Wenn die Felder zeitabhängig sind, so ergibt sich, dass ein sich änderndes Magnetfeld von einem elektrischen Feld umgeben ist. Ist die Änderung selbst nicht konstant, so ist auch das elektrische Feld nicht zeitlich konstant und bewirkt selbst wiederum ein magnetisches Feld. Die veränderlichen Felder bedingen sich daher wechselseitig. Man bezeichnet dies als fortschreitende elektromagnetische Welle.

3 Auswertung

3.1 Elektrostatische Ablenkung

Im Versuch wurde der Elektronenstrahl in einem Plattenkondensator abgelenkt. Dabei entsteht die typische Leuchtspur. Man kann zeigen, dass es sich hierbei um eine Parabel handelt, indem man den Quotienten $\frac{\Delta y}{\Delta x^2}$ bildet. Dieser muss theoretisch konstant sein. Anstelle der Spannung wurde der Strom über einen 60M Ω Messwiderstand bestimmt und mit dem Ohmschen Gesetz die Spannung berechnet. Der theoretische Wert wurde nach Gleichung (5) berechnet. Wir erhalten

	Spannung [V]	Strom [μ A]		Spannung [V]	Strom [μ A]
U_0	1986	$3.31 \cdot 10^{-5}$	U_0	1986	$3.31 \cdot 10^{-5}$
U_p	984	$1.64 \cdot 10^{-5}$	U_p	1980	$3.30 \cdot 10^{-5}$
x	y	y/x^2	x	y	y/x^2
2.0	0.0	0.000	2.0	0.0	0.000
6.0	0.5	0.013	5.0	0.6	0.024
8.0	1.0	0.015	6.0	1.1	0.031
10.0	1.4	0.014	7.0	1.5	0.031
			8.0	2.0	0.031
Mittelwert		0.011	Mittelwert		0.021
Standabw		0.007	Standabw		0.015
Theorie		0.023	Theorie		0.046

	Spannung [V]	Strom [μ A]		Spannung [V]	Strom [μ A]
U_0	3306	$5.51 \cdot 10^{-5}$	U_0	3306	$5.51 \cdot 10^{-5}$
U_p	3312	$5.52 \cdot 10^{-5}$	U_p	5010	$8.35 \cdot 10^{-5}$
x	y	y/x^2	x	y	y/x^2
2.0	0.0	0.000	2.0	0.2	0.038
6.0	1.2	0.033	5.0	1.2	0.048
7.0	1.5	0.031	4.0	0.6	0.038
8.0	2.0	0.031	6.0	1.7	0.047
Mittelwert		0.024	Mittelwert		0.043
Standabw		0.016	Standabw		0.006
Theorie		0.046	Theorie		0.070

Tabelle 1: Messwerte zur elektrostatischen Ablenkung

Die großen Abweichungen von der Theorie zeigen, dass ein systematischer Fehler unsere Messung verfälschte. Eine mögliche Ursache ist die ungenaue Messung des Koordinatenursprungs.

Ändert man U_0 und U_p im gleichen Verhältnis ändert sich gar nichts.

3.2 Magnetische Ablenkung

I_0 [uA]	U_0 [V]	I_{Spule} [A]	x [cm]	y [cm]	r [cm]	B [mT]	$\frac{e}{m_e}$ [$10^{11} \frac{C}{kg}$]
33.2	1990	0.201	4	0.8	10.4	0.851	5.09
33.2	1990	0.201	6	1.8	10.9	0.851	4.63
33.2	1990	0.300	5	2.1	7.0	1.270	5.04
33.2	1990	0.300	3	0.8	6.0	1.270	6.79
66.2	3970	0.400	5	1.9	7.5	1.690	4.91
66.2	3970	0.400	3.6	1.0	6.9	1.690	5.71
66.2	3970	0.299	4	0.85	9.8	1.270	5.09
66.2	3970	0.299	6	1.9	10.4	1.270	4.55

Tabelle 2: Messwerte zur magnetischen Ablenkung

Somit ergibt sich nach unserer Messung für die spezifische Ladung eines Elektrons

$$\frac{e}{m_e} = 5.22 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (14)$$

Der Fehler ergibt sich durch die Gaußsche Fehlerfortpflanzung und der Bestimmungsgleichung EF.9, wenn man für die relativen Fehler von Strom und Spannung 2%, sowie 5% für die Ablesegenauigkeit des Radius annimmt:

$$\Delta \frac{e}{m_e} = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial U_0} \frac{e}{m_e} \cdot \Delta U_0\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial B} \frac{e}{m_e} \cdot \Delta B\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{e}{m_e} \cdot \Delta r\right)^2} \quad (15)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2}{B^2 r^2} \cdot \Delta U_0\right)^2 + \left(\frac{4U_0}{B^3 r^2} \cdot \Delta B\right)^2 + \left(\frac{4U_0}{B^2 r^3} \cdot \Delta r\right)^2} \quad (16)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2U_0}{B^2 r^2} \cdot 0.02\right)^2 + \left(\frac{4U_0}{B^3 r^2} \cdot \frac{8\mu_0 n}{5\sqrt{5}R} \cdot I_0 \cdot 0.02\right)^2 + \left(\frac{4U_0}{B^2 r^3} \cdot r \cdot 0.05\right)^2} \quad (17)$$

$$= \frac{0.04U_0}{B^2 r^2} \sqrt{26 + \left(\frac{16\mu_0 n I_0}{5\sqrt{5}RB}\right)^2} \quad (18)$$

$$(19)$$

Somit erhalten wir für den Fehler $\Delta \frac{e}{m_e}$:

$$\Delta \frac{e}{m_e} = 5.72 \cdot 10^{10} \frac{C}{kg} \quad (20)$$

und somit für den relativen Fehler

$$\frac{\Delta \frac{e}{m_e}}{\frac{e}{m_e}} = \frac{5.72 \cdot 10^{10}}{5.22 \cdot 10^{11}} \quad (21)$$

$$= 10.95\% \quad (22)$$

Hinweis:

Auf das Ergebnis kommt man auch schneller, da in der vorliegenden Messung nur relative Fehler angegeben wurden (was unserer Meinung nach nicht sehr logisch ist):

$$\frac{\Delta \frac{e}{m_e}}{\frac{e}{m_e}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta U_0}{U_0}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta B}{B}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta r}{r}\right)^2} \quad (23)$$

Man sieht sehr deutlich, dass zusätzlich zu dem statistischen Fehler noch weitere systematische Fehler vorliegen müssen, um die starke Abweichung zum Literaturwert ($[\frac{e}{m_e}]_{lit} = 1.76 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$) erklären zu können.

Ionen würden bei gleichen Spannungen eine ähnliche Kurve durchlaufen. Allerdings wäre der Radius auf Grund der geringeren spezifischen Ladung größer. Positiv geladene Ionen würden in die andere Richtung abgelenkt werden.

3.3 Magnetische Linse

Die fokussierende Wirkung magnetischer Felder kann man verwenden, um e/m_e mit hoher Genauigkeit zu bestimmen. Es ist nach (8), (9) und (4)

$$T = 2\pi \frac{m_e}{eB} \quad (24)$$

$$T = \frac{L}{v_x} = \frac{L}{\sqrt{\frac{2e \cdot U_A}{m_e}}} \quad (25)$$

Wobei L die von den Elektronen zurückgelegte Strecke ist. Damit ergibt sich

$$\frac{e}{m_e} = \frac{8\pi^2 \cdot U_A}{L^2 B^2} \quad (26)$$

Das durch die Spule erzeugte Magnetfeld ist gegeben durch

$$B = \frac{\mu_0 n I_{Sp}}{L_{Sp}} \quad (27)$$

Bei der verwendeten Spule betragen diese Werte $n = 16400$ und $L_{Sp} = 16\text{cm}$. Es ist daher

$$\frac{e}{m_e} = \frac{8\pi \cdot e U_A L_{Sp}^2}{L^2 \mu_0^2 n^2 I_{Sp}^2} = C \cdot \frac{L_{Sp}^2}{I_{Sp}^2} \cdot U_0 \quad (28)$$

Für den Versuch wird eine Braun'sche Röhre verwendet, über die eine Spule geschoben wird. Die optischen Achsen müssen dabei zusammenfallen. Der Elektronenstrahl wird über einen zusätzlichen Kondensator, an den eine Wechselspannung angelegt wird aufgefächert. Die Höhe der Ablenkspannung ist natürlich nicht von Bedeutung. Erhöht man die Spannung, so wird der Strahl lediglich stärker aufgefächert. Verändert man nun den Spulenstrom, so beobachtet man einen Strich, der sich in Länge und Orientierung ändert. Im Idealfall erzielt man einen Punkt. Im Versuch werden bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen die Spulenströme gemessen, bei denen der Strahl um 45° , 90° , -45° und -90° gedreht ist. In diesen Fällen haben die Elektronen die Hälfte bzw. ein Viertel der Schraubenlinie durchlaufen. Aus den Messwerten ergibt sich für e/m_e der Wert

$$\frac{e}{m_e} = 1.933525 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (29)$$

mit der externen Standardabweichung $7.093 \cdot 10^8 \frac{C}{kg}$ und der internen $2.162 \cdot 10^9 \frac{C}{kg}$.

Anhang - Original Messdaten

Magnetische Ablenkung

siehe Auswertung

Elektrostatische Ablenkung

siehe Auswertung

Magnetische Linse

Messwiderstand $40M\Omega$

Strom am Messwiderstand [μA]	45°	90°	-45°	-90°
20.4	12.6	24.9	12.0	24.8
22.5	13.5	26.1	12.8	26.0
25.0	14.0	27.9	13.5	27.7
27.4	14.7	29.4	13.7	28.4
30.0	15.4	31.0	15.1	30.2
32.5	16.4	32.2	15.0	30.7
35.0	16.5	32.5	15.8	32.2
37.5	17.8	34.0	16.2	33.3
40.0	17.8	35.0	17.0	35.0
42.5	18.2	36.2	17.2	36.0