

Praktikum II
GS: Gitterspektrometer
Betreuer: Norbert Lages

Hanno Rein
praktikum2@hanno-rein.de

Florian Jessen
florian.jessen@student.uni-tuebingen.de

15. April 2004

1 Physikalische Grundlagen

1.1 Beugung an Spalt und Gitter

Bedingt durch das Huygen'sche Prinzip entstehen Elementarwellen, die sich überlagern und so die bekannten Interferenzmuster ausbilden. Dabei entstehen Intensitätsmaxima, sobald der Gangunterschied δ benachbarter Strahlen ein Vielfaches der Wellenlänge ist (konstruktive Interferenz) und Minima, wenn der Gangunterschied um eine halbe Wellenlänge davon abweichen (destruktive Interferenz). Für das Gitter lassen sich unter Anwendung der Parallelstrahl-näherung folgende Beziehungen ableiten

$$\tan \alpha_k = \frac{d_k}{a} \quad (1)$$

$$\sin \alpha_{k,max} = \frac{k\lambda}{g} \quad (2)$$

g bezeichnet hierbei die Gitterkonstante.

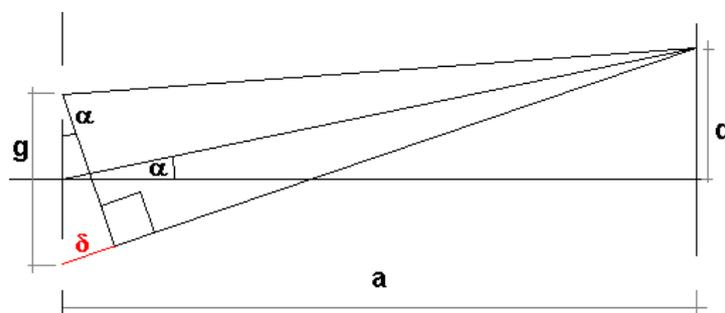


Abbildung 1: Beugung am Gitter

Je mehr Spalte das Gitter hat, umso besser werden also die verschiedenen Wellenlängen voneinander getrennt. Gleichzeitig beobachtet man, dass die Intensität insgesamt zunimmt. Bei genauerer Betrachtung fällt allerdings auf, dass in regelmäßigen Abständen erwartete Maxima ausfallen. Dies lässt sich durch die Einzelspaltbeugung erklären. Beim Einzelspalt entstehen Minima für

$$\tan \alpha_n = \frac{d_n}{a} \quad (3)$$

$$\sin \alpha_{n,min} = \frac{n\lambda}{l} \quad (4)$$

l bezeichnet hierbei die Spaltbreite. Fallen diese mit den Maxima des Gitters zusammen, so fällt das erwartete Maximum aus.

$$\frac{n\lambda}{l} = \frac{k\lambda}{g} \quad (5)$$

1.2 Auflösungsvermögen

Damit auf dem Schirm zwei Wellenlängen noch getrennt wahrgenommen werden können, muss das Maximum der einen mindestens in das Minimaum der anderen fallen, oder weiter entfernt sein. Für den Abstand zweier benachbarter Maxima der gleichen Wellenlänge gilt

$$\Delta d_k = d_{k+1} - d_k \quad (6)$$

$$= a \cdot \tan \arcsin \alpha_{k+1} - a \cdot \tan \arcsin \alpha_k \quad (7)$$

Unter der Annahme, dass die Minima gleichmäßig über diese Breite Δd_k mit N Spalten verteilt sind, muss daher gelten

$$\frac{\Delta d_k}{N} < d_{k,\lambda+\Delta\lambda} - d_{k,\lambda} \quad (8)$$

$$< a \cdot \sin \tan \frac{k \cdot (\lambda + \Delta\lambda)}{g} - a \cdot \sin \tan \frac{k\lambda}{g} \quad (9)$$

Näherungsweise kann $\sin \alpha = \tan \alpha$ gesetzt werden. Es ist dann

$$\frac{a\lambda}{Ng} < a \cdot \frac{k \cdot (\lambda + \Delta\lambda)}{g} - a \cdot \frac{k\lambda}{g} \quad (10)$$

$$kN < \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (11)$$

1.3 Prismen- und Gitterspektrum

Bei einem Prisma wird das Licht aufgrund des wellenlängenabhängigen Brechungsindex in die verschiedenen Farben aufgespalten. Beim Gitter werden die Wellen gebeugt. Dies hat zur Folge, dass beim Prisma die kurzen Wellenlängen stärker abgelenkt werden, beim Gitter jedoch die längeren. Außerdem ist das Gitterspektrum immer symmetrisch zur optischen Achse und tritt in der Regel in mehreren Ordnungen auf. Die Spektren sind daher grundsätzlich verschieden. Beim Einsatz von Licht mit einem kontinuierlichem Spektrum ist zu beachten, dass nun am Gitter nicht mehr Minima und Maxima zu beobachten sind, sondern die Addition der Restfarben. Das Minimum einer Wellenlänge liegt daher in Wirklichkeit beim beobachteten Maximum der Komplementärfarbe.

Hat man keine kohärente Lichtquelle, so muss man, um Gitterbeugung durchführen zu können, zuerst die Kohärenz herstellen. Andernfalls werden mehrere Interferenzmuster erzeugt, die leicht gegeneinander verschoben sind. Dies führt dazu, dass das Muster verschwindet. Die Kohärenz lässt sich durch einen schmalen Spalt, der den einfallenden Strahl in seiner Breite begrenzt, hinreichend gut herstellen. Das von einem LASER emittierte Licht ist hinreichend kohärent.

2 Auswertung

2.1 Bestimmung der Wellenlänge einer Natrium Lampe

Im Versuch wurden mehrfach die Winkel, unter denen die 2., 4., 6. und 8. Ordnung zu sehen ist, auf beiden Seiten ausgemessen, um eine Verschiebung des Nullpunktes auszuschließen. Bei einer angenommenen Gitterkonstante von $g = 10\mu\text{m}$ ergibt sich aus den Messwerten die Wellenlänge der Na-Doppellinie zu

$$\lambda = 587.2 \pm 0.9 \text{ nm} \quad (12)$$

Die Tabellenwerte für die Na-Doppellinie betragen

$$\lambda_1 = 589.59 \text{ nm} \quad (13)$$

$$\lambda_2 = 589.00 \text{ nm} \quad (14)$$

Die Abweichung zwischen Messwert und Theorie lässt sich durch die nicht exakt bekannte Gitterkonstante erklären. Bereits eine geringe Abweichung führt zu Schwankungen in dieser Größenordnung. Ein Verdrehen des Gitters würde zu einer kleineren effektiven Gitterkonstanten führen und kann daher ausgeschlossen werden.

2.2 Breite der Gitterspalte

Das Maximum 2. Ordnung konnte nur sehr schwer beobachtet werden. Nimmt man an, dass hier das erste Minimum des Einzelspaltmusters mit einem Maximum des Gittermusters zusammenfällt, so ergibt sich nach (5) für die Breite der Gitterspalte

$$l = g \cdot \frac{n}{k} \quad (15)$$

$$= 1 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{2} \text{ m} \quad (16)$$

$$= 5 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad (17)$$

2.3 Auflösungsvermögen des Gitters

Ab der 2. Ordnung konnten die beiden Na-Linien voneinander getrennt wahrgenommen werden. Nach (11) ist die Zahl der beleuchteten Spalte des Gitters daher bestimmt zu

$$N = \frac{589.00}{0.59 \cdot 2} \quad (18)$$

$$= 499 \quad (19)$$

Die Breite des Gitters beträgt $b = 1.5\text{cm}$. Bei einer Gitterkonstanten von $g = 10\mu\text{m}$ muss dieses also aus

$$N_{\text{theorie}} = \frac{1.5 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-5}} = 1500 \quad (20)$$

Spalten bestehen. Es ist daher anzunehmen, dass nicht die volle Leistungsfähigkeit des Gittes ausgeschöpft wurde. Es wurde nur ein Teil der zu Verfügung stehenden Spalte beleuchtet, die Ursachen dafür liegen möglicherweise an der Linsenanordnung, die auch als Blende wirkt.

Anhang - Original Messdaten

Gitterkonstante [m] $1.00 \cdot 10^{-5}$

Bestimmung der Wellenlänge einer Natrium Lampe

Ordnung	-8	-6	-4	-2	2	4	6	8
Messung 1	28.0 °	20.5 °	13.5 °	6.5 °	6.7 °	13.5 °	20.5 °	28.0 °
Messung 2	28.0 °	20.5 °	13.5 °	6.8 °	6.8 °	13.5 °	20.6 °	28.0 °
Messung 3	28.1 °	20.7 °	13.5 °	6.7 °	6.7 °	13.5 °	20.7 °	28.1 °
Messung 4	28.2 °	20.7 °	13.5 °	6.7 °	6.7 °	13.6 °	20.5 °	28.0 °
Messung 5	28.0 °	20.6 °	13.6 °	6.8 °	6.9 °	13.6 °	20.6 °	28.1 °
Messung 6	28.2 °	20.7 °	13.7 °	7.0 °	6.5 °	13.5 °	21.0 °	28.1 °
Messung 7	28.0 °	20.8 °	13.4 °	6.4 °	6.9 °	13.5 °	20.9 °	28.0 °
Messung 8	28.5 °	20.7 °	13.4 °	6.6 °	6.8 °	13.5 °	21.0 °	28.3 °
Messung 9	28.0 °	20.6 °	13.5 °	6.9 °	6.7 °	13.4 °	20.7 °	28.3 °
Messung 10	28.0 °	20.5 °	13.7 °	6.8 °	6.7 °	14.5 °	20.5 °	28.0 °