

Praktikum GI

Gitterspektren

Florian Jessen, Hanno Rein

betreut durch Christoph von Cube

9. Januar 2004

1 Vorwort

Oft lassen sich optische Effekte mit der geometrischen Optik beschreiben. Dringt man allerdings in die Größenordnung der Wellenlängen ein, so treten Effekte auf, die man so nicht mehr erklären kann. Ein eindrucksvolles Beispiel ist der Poisson'sche Fleck. Zieht man die Welleneigenschaften des Lichtes hinzu, so lassen sich auch diese Phänomene beschreiben.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Huygen'sches Prinzip und Interferenz

Das Huygen'sche Prinzip besagt, dass jede Welle in die Summe von Elementarwellen zerlegt werden kann. Umgekehrt lässt sich aber auch jede Welle aus der Summe von Elementarwellen konstruieren. Bei der Überlagerung der Elementarwellen tritt Interferenz auf. Befinden sich die Wellen in Phase, so führt dies zu konstruktiver Interferenz (Verstärkung), bei Gegenphase zu destruktiver Interferenz (Auslöschung). Dabei ergeben sich verschiedenste Interferenzmuster.

2.2 Beugung

2.2.1 Einzelspaltbeugung

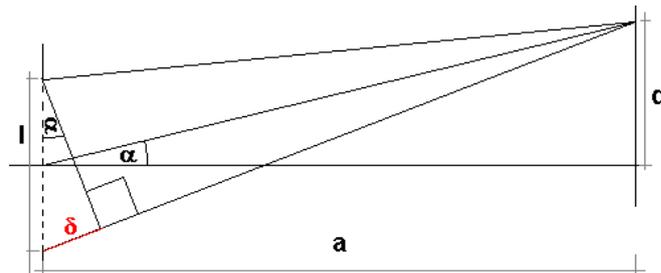


Abbildung 1: Einzelspalt

Führt man mit kohärentem monochromatischem Licht (z.B. LASER) Beugungsversuche an einem einzelnen Spalt durch, so erhält man auf einem Schirm eine unregelmäßige Helligkeitsverteilung. Diese lässt sich durch das Huygen'sche Prinzip und Interferenz beschreiben.

Der Spalt wird hierzu in viele kleine Abschnitte unterteilt, die jeweils Ausgangspunkt der Elementarwellen sind. Damit es zur vollständigen Auslöschung dieser kommt, muss die Summe aller

Elementarwellen Null sein. Dies ist gegeben, wenn der Gangunterschied zwischen den Randstrahlen δ ein Vielfaches der Wellenlänge beträgt. Es gilt daher für die Minima unter Verwendung der Parallelstrahl-näherung

$$\tan \alpha = \frac{d}{a} \quad (1)$$

$$\sin \alpha = \frac{k\lambda}{l} \quad (2)$$

l ist dabei die Spaltbreite, d der Abstand eines Punktes auf dem Schirm zur Schirmmitte und α der Winkel gegenüber der optischen Achse.

2.2.2 Doppelspalt- und Gitterbeugung

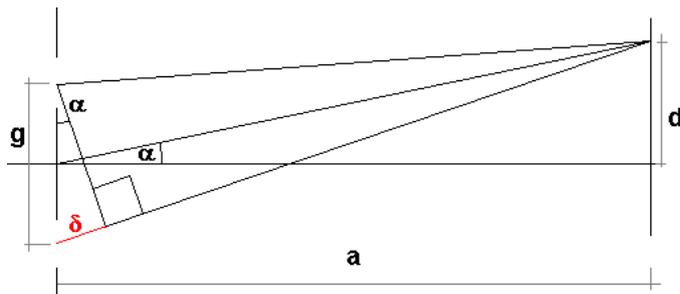


Abbildung 2: Doppelspalt

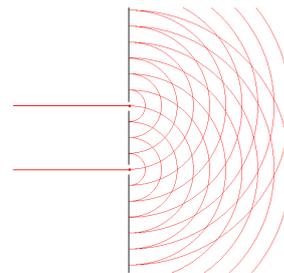


Abbildung 3: Huygen'sches Prinzip beim Doppelspalt

Verwendet man einen Doppelspalt, so beobachtet man äquidistante helle und dunkle Streifen auf dem Schirm. Diese lassen sich analog zum Einzelspalt erklären. Hier treten Maxima auf, falls der Gangunterschied zweier benachbarter Elementarwellen ein Vielfaches der Wellenlänge ist, und Minima wenn es sich um ungeradzahlige Vielfache der halben Wellenlänge handelt. Es ist mit der Gitterkonstanten g

$$\sin \alpha_{k,min} = (2k - 1) \frac{\lambda}{2g} \quad (3)$$

$$\sin \alpha_{k,max} = \frac{k\lambda}{g} \quad (4)$$

Durch Einsatz eines Gitters bekommt man schließlich scharfe Hauptmaxima mit hoher Intensität, da die Beziehung zwischen je zwei benachbarten Spalten gelten muss. Die Lage der Minima lässt sich nicht mehr über einfache Beziehungen beschreiben, jedoch für die Hauptmaxima gilt weiterhin Gleichung (4). Des weiteren kann man zwei Gitter kreuzen (Kreuzgitter) und erhält das typische zweidimensionale Muster.

2.3 Prismen- und Gitterspektrum

Bei einem Prisma wird das Licht aufgrund des wellenlängenabhängigen Brechungsindex in die verschiedenen Farben aufgespalten. Beim Gitter werden die Wellen gebeugt. Dies hat zur Folge, dass beim Prisma die kurzen Wellenlängen stärker abgelenkt werden, beim Gitter jedoch die längeren. Außerdem ist das Gitterspektrum immer symmetrisch zur optischen Achse und tritt in der Regel in mehreren Ordnungen auf. Die Spektren sind daher grundsätzlich verschieden. Beim Einsatz von Licht mit einem kontinuierlichem Spektrum ist zu beachten, dass nun am Gitter nicht mehr Minima und Maxima zu beobachten sind, sondern die Addition der Restfarben. Das Minimum einer Wellenlänge liegt daher in Wirklichkeit beim beobachteten Maximum der Komplementärfarbe.

Hat man keine kohärente Lichtquelle, so muss man, um Gitterbeugung durchführen zu können, zuerst die Kohärenz herstellen. Andernfalls werden mehrere Interferenzmuster erzeugt, die leicht gegeneinander verschoben sind. Dies führt dazu, dass das Muster verschwindet. Die Kohärenz lässt sich durch einen schmalen Spalt, der den einfallenden Strahl in seiner Breite begrenzt, hinreichend gut herstellen. Das von einem LASER emittierte Licht ist immer kohärent.

3 Versuchsdurchführung

In dem vorliegenden Versuch werden verschiedene Gitter untersucht. Als Lichtquelle setzt man einen Glühdraht (Glühlampe) und einen LASER ein. Das Licht des Glühdrahtes wird durch einen Beleuchtungsspalt kohärent gemacht.

Durch eine Abbildung des Gitters auf den Schirm wird zunächst die Gitterkonstante ermittelt. Bei verschiedenen Farben wird nun das entstehende Interferenzmuster untersucht. Mit Hilfe des LASERs, der Licht mit einer bekannten Wellenlänge aussendet, werden bei einem Kreuzgitter die Gitterkonstanten bestimmt.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Gitterkonstanten

Die im Folgenden auftretenden zufälligen Fehler in der Längenmessung wurde alle geschätzt. Die Breite von 20 Gitterperioden auf dem Schirm beträgt

$$\bar{b}_1 = (240 \pm 5.00) \text{ Pixel} \quad (5)$$

Ein Millimeter entspricht auf dem Schirm

$$\bar{m}_1 = (628 \pm 10) \text{ Pixel} \quad (6)$$

Somit ist die Gitterkonstante

$$\bar{g}_1 = \frac{b_1}{20 \cdot m_1} = 1.91 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad (7)$$

Nach der Gausschen Fehlerfortpflanzung ergibt sich für den zufälligen Fehler der Gitterkonstanten

$$\sigma_{g_1} = \sqrt{\left(\frac{1}{20 \cdot m_1} \cdot \sigma_{b_1}\right)^2 + \left(\frac{\bar{b}_1}{20 \cdot m_1^2} \cdot \sigma_{m_1}\right)^2} \quad (8)$$

$$= 0.05 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad (9)$$

4.2 Bestimmung von Wellenlängen

Der Abstand zwischen Gitter und Schirm beträgt

$$l_1 = 1.97 \text{ m} \quad (10)$$

Ist der Abstand zweier Maxima auf dem Schirm b_2 , so ist der Winkel α , unter dem die Maxima auftreten vom Gitter aus gesehen

$$\tan \alpha = \frac{b_2}{l_1} \quad (11)$$

Es gilt außerdem Gleichung (4). Die Gitterkonstante g ist aus dem vorigen Versuch bekannt. Somit gilt für die Wellenlänge

$$\lambda = g \cdot \sin \alpha \quad (12)$$

Nach der Gausschen Fehlerfortpflanzung ergibt sich für den zufälligen Fehler des Winkels (σ_α), sowie der Wellenlänge (σ_λ):

$$\sigma_\alpha = \frac{1}{\cosh \frac{\bar{b}_2}{l_1}} \cdot \frac{1}{l_1} \cdot \sigma_{b_2} \quad (13)$$

$$\sigma_\lambda = \sqrt{(\cos \bar{\alpha} \cdot \bar{g} \cdot \sigma_\alpha)^2 + (\sin \bar{\alpha} \cdot \sigma_g)^2} \quad (14)$$

Filterfarbe	rot	grün	blau
Mittlerer Abstand \bar{b}_2	$b_{Rot} = 6.27 \text{ cm}$	$b_{Gruen} = 5.23 \text{ cm}$	$b_{Blau} = 4.62 \text{ cm}$
Geschätzter Fehler σ_{b_2}	$\sigma_{b_{Rot}} = 0.20 \text{ cm}$	$\sigma_{b_{Gruen}} = 0.20 \text{ cm}$	$\sigma_{b_{Blau}} = 0.20 \text{ cm}$
$\bar{\alpha}$	$\alpha_{Rot} = 3.18 \cdot 10^{-2}$	$\alpha_{Gruen} = 2.66 \cdot 10^{-2}$	$\alpha_{Blau} = 2.34 \cdot 10^{-2}$
λ	$\lambda_{Rot} = 608 \text{ nm}$	$\lambda_{Gruen} = 507 \text{ nm}$	$\lambda_{Blau} = 448 \text{ nm}$
σ_λ	$\sigma_{\lambda_{Rot}} = 25 \text{ nm}$	$\sigma_{\lambda_{Gruen}} = 24 \text{ nm}$	$\sigma_{\lambda_{Blau}} = 23 \text{ nm}$
Literaturwerte	$\lambda_{Rot,lit} \approx 650 \text{ nm}$	$\lambda_{Gruen,lit} \approx 540 \text{ nm}$	$\lambda_{Blau,lit} \approx 450 \text{ nm}$

Die von uns gemessenen Wellenlängen liegen also nahe an den Literaturwerten. Leider liegen uns keine Literaturwerte der verwendeten Filter vor und somit lässt sich weniger über die Qualität der Messung aussagen.

4.3 Kreuzgitter

Die Winkel, unter denen Maxima/Minima auftreten, erhält man weiterhin durch Formel (11). Die Gitterkonstanten $g_{h,v}$ werden mit Hilfe der Formel (4) berechnet. Die Breite der Einzelspalte ergibt sich aus Formel (2). Nach Gauss ist der zufällige Fehler der Gitterkonstanten, sowie der Breite der Einzelspalte:

$$\sigma_{g,l} = \left| \frac{\cos \bar{\alpha}}{\sin^2 \bar{\alpha}} \cdot \lambda \cdot \sigma_\alpha \right| \quad (15)$$

Gitterkonstanten

	Horizontal	Vertikal
Mittlerer Abstand der Maxima	$b_{max,h} = 3.50 \text{ cm}$	$b_{max,v} = 2.00 \text{ cm}$
Geschätzter Fehler	$\sigma_{b_{max}} = 0.30 \text{ cm}$	
Winkel	$\alpha_h = 1.19 \cdot 10^{-2} \pm 0.10 \cdot 10^{-2}$	$\alpha_v = 6.80 \cdot 10^{-3} \pm 1.02 \cdot 10^{-3}$
Gitterkonstante	$g_h = (5.32 \cdot 10^{-3} \pm 0.46 \cdot 10^{-3}) \text{ cm}$	$g_v = (9.30 \cdot 10^{-3} \pm 1.40 \cdot 10^{-3}) \text{ cm}$

Breite der Einzelspalte

	Horizontal	Vertikal
Mittlerer Abstand der Minima	$b_{min,h} = 10.5 \text{ cm}$	$b_{min,v} = 8.25 \text{ cm}$
Geschätzter Fehler	$\sigma_{b_{min}} = 0.30 \text{ cm}$	
Winkel	$\alpha_h = 3.57 \cdot 10^{-2} \pm 0.10 \cdot 10^{-2}$	$\alpha_v = 2.81 \cdot 10^{-2} \pm 0.10 \cdot 10^{-2}$
Breite der Einzelspalte	$l_h = (1.77 \cdot 10^{-5} \pm 0.05 \cdot 10^{-5}) \text{ m}$	$l_v = (2.26 \cdot 10^{-5} \pm 0.08 \cdot 10^{-5}) \text{ m}$

Anhang: Original-Messdaten

- **Bestimmung der Gitterkonstanten**

1 mm Gegenstand \rightarrow 628 Pixel auf dem Schirm

Breite von 20 Gitterlinien auf dem Schirm (in Pixel): 240

- **Bestimmung von Wellenlängen**

Abstand Gitter Schirm (in cm): 197

Grün: Abstand zwischen zwei Maxima (in cm): 5.2, 5.25, 5.25

Rot: Abstand zwischen zwei Maxima (in cm): 6.2, 6.3, 6.3

Blau: Abstand zwischen zwei Maxima (in cm): 4.7, 4.6, 4.55

- **Kreuzgitter**

Abstand Gitter Schirm (in cm): 294

Abstand zwischen zwei Maxima horizontal (in cm): 3.5

Abstand zwischen zwei Maxima vertikal (in cm): 2

Abstand zwischen zwei Minima horizontal (in cm): 10.5

Abstand zwischen zwei Minima vertikal (in cm): 8.25